

Bài 1 (6,0 điểm): Dãy con liên tiếp có tổng chia hết cho k

Cho số nguyên dương n và dãy số a gồm n số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n . Một dãy con liên tiếp của dãy số a có dạng a_i, a_{i+1}, \dots, a_j với $1 \leq i \leq j \leq n$, tổng của dãy con liên tiếp a_i, a_{i+1}, \dots, a_j là $a_i + a_{i+1} + \dots + a_j$.

Em hãy đếm số lượng dãy con liên tiếp của dãy số a đã cho có tổng các phần tử của dãy con này chia hết cho số nguyên dương k .

Dữ liệu: Đọc vào từ file văn bản CHIAK.INP gồm:

- Dòng 1 ghi 2 số nguyên dương n và k ($n \leq 10^6, k \leq 10^9$). Các số trên cùng một dòng cách nhau ít nhất một khoảng trống;

- Dòng 2 ghi lần lượt các số nguyên a_1, a_2, \dots, a_n ($|a_i| \leq 10^9, i=1..n$). Các số trên cùng một dòng cách nhau ít nhất một khoảng trống.

Kết quả: Ghi ra file văn bản CHIAK.OUT một số duy nhất là số lượng dãy con có tổng các phần tử chia hết cho k .

Ví dụ:

CHIAK.INP	CHIAK.OUT
5 3 2 -6 1 9 -3	7

Giới hạn:

- Có 20% test, tương ứng 1,0 điểm với $n \leq 10^2$;
- Có 60% test, tương ứng 3,0 điểm với $10^2 < n \leq 10^3$;
- Có 20% test, tương ứng 1,0 điểm với $10^3 < n \leq 10^6$.

Bài 2. (6,0 điểm) Trò chơi

Hai bạn học sinh Bình và An trong lúc nhàn rỗi nghĩ ra trò chơi sau đây. Mỗi bạn chọn trước một dãy số gồm n số nguyên. Giả sử dãy số mà bạn Bình chọn là A_1, A_2, \dots, A_n còn dãy số mà bạn An chọn là B_1, B_2, \dots, B_n .

Mỗi lượt chơi, mỗi bạn đưa ra một số hạng trong dãy số của mình. Nếu bạn Bình đưa ra số hạng A_i , còn bạn An đưa ra số hạng B_j thì giá trị của lượt chơi đó là $|A_i + B_j|$.

Yêu cầu: Hãy xác định giá trị nhỏ nhất của một lượt chơi trong số các lượt chơi có thể?

Dữ liệu: Vào từ tệp văn bản TROCHOI.INP có cấu trúc:

- Dòng 1: Ghi số nguyên dương n ($1 \leq n \leq 10^6$);
- Dòng 2: Ghi n số nguyên A_1, A_2, \dots, A_n ($-10^9 \leq A_i \leq 10^9$, với $i=1..n$);
- Dòng 3: Ghi n số nguyên B_1, B_2, \dots, B_n ($-10^9 \leq B_j \leq 10^9$, với $j=1..n$).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả: Ghi vào tệp văn bản TROCHOI.OUT một số duy nhất là kết quả tìm được.

Ví dụ:

TROCHOI.INP	TROCHOI.OUT
6 3 5 -8 1 7 9 2 1 4 6 9 -6	1

Giới hạn:

- Có 60% test, tương ứng 3 điểm với $n \leq 10^3$ và $|A_i|, |B_j| \leq 10^9$;
- Có 40% test, tương ứng 2 điểm với $10^3 < n \leq 10^6$ và $|A_i|, |B_j| \leq 10^9$.

Bài 3 (5,0 điểm). Tặng quà

Trong kỳ thi chọn học sinh giỏi cấp tỉnh năm học 2022 – 2023. Đề động viên, khích lệ tinh thần cho học sinh ban tổ chức có chương trình tặng quà cho tất cả học sinh tham dự kỳ thi. Ban tổ chức

chuẩn bị sẵn n hộp đựng quà, mỗi hộp được đặt trên một bàn, các bàn đánh số từ 1 đến n . Trên hộp quà thứ i ($i=1..n$) có dán nhãn là a_i và trong đó có món quà trị giá w_i .

Học sinh có thể chọn một hay nhiều hộp quà liên tiếp hay không liên tiếp từ hộp quà ở bàn 1 đến bàn n , hộp quà chọn sau phải có nhãn lớn hơn nhãn trên hộp quà chọn trước, tức là:

$$\begin{cases} a_{i_1} < a_{i_2} < \dots < a_{i_k} \\ 1 \leq i_1 < i_2 < \dots < i_k \leq n \end{cases}$$

Em hãy chọn cho mình các món quà để có tổng trị giá là lớn nhất.

Dữ liệu: Đọc vào từ file văn bản QUA.INP gồm:

- Dòng 1 ghi số nguyên dương n ($n \leq 5 \cdot 10^5$);

- n dòng tiếp theo, dòng thứ i ($i=1..n$) ghi 2 số nguyên dương a_i ($a_i \leq 10^9$) và w_i ($w_i \leq 10^6$) là nhãn và trị giá của món quà trong hộp i . Các số trên cùng dòng cách nhau ít nhất một khoảng trống.

Kết quả: Ghi ra file văn bản QUA.OUT một số duy nhất là tổng trị giá các món quà được chọn.

Ví dụ:

QUA.INP	QUA.OUT	Giải thích	QUA.INP	QUA.OUT	Giải thích
5	15	Chọn hộp quà thứ 1 có trị giá bằng 15	5	25	Có thể chọn các hộp quà thứ 1, 3 có tổng trị giá là: $10+15=25$ hoặc chọn các hộp quà thứ 2, 4, 5 có tổng trị giá là: $3+10+12=25$
5 15			4 10		
3 5			1 3		
4 7			5 15		
5 1			3 10		
2 8			4 12		

Giới hạn:

- Có 30% test, tương ứng 1,0 điểm với $n \leq 10^3$;

- Có 70% test, tương ứng 2,0 điểm với $10^3 < n \leq 5 \cdot 10^5$.

Bài 4 (3 điểm). Năng lực (ability)

Học viện Siêu Năng Lực có N học viên, mỗi học viên có một chỉ số năng lực là một số nguyên trong khoảng từ 0 đến N . Điểm yếu của một nhóm học viên có chỉ số từ L đến R là số nhỏ nhất còn thiếu trong đoạn $[L, R]$.

"Số nhỏ nhất còn thiếu" trong đoạn $[L, R]$ là số nguyên nhỏ nhất từ 0 đến N mà không xuất hiện trong danh sách chỉ số năng lực của các học viên từ vị trí L đến R .

Yêu cầu:

- Cho danh sách chỉ số năng lực của n học viên.
- Cho Q truy vấn, mỗi truy vấn gồm 2 số L và R . Hãy đưa ra điểm yếu của nhóm $[L, R]$.

Dữ liệu: vào từ file văn bản ABILITY.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên N và Q ($1 \leq N, Q \leq 10^5$) tương ứng với số lượng học viên và số truy vấn.
- Dòng thứ hai gồm N số nguyên tương ứng chỉ số năng lực của N học viên.
- Q dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên L, R ($1 \leq L \leq R \leq N$), biểu thị một truy vấn.

Kết quả: ghi ra file văn bản ABILITY.OUT:

- Gồm Q dòng, dòng thứ i chứa đáp án của truy vấn thứ i .

Ví dụ:

ABILITY.INP	ABILITY.OUT	Giải thích
5 2	1	Đoạn từ 1 đến 3 gồm các số $\{0,2,3\}$ nên số nhỏ nhất còn thiếu là số 1.
0 2 3 4 5	0	Đoạn từ 2 đến 4 gồm các số $\{2,3,4\}$ nên số nhỏ nhất còn thiếu là số 0.
1 3		
2 4		

Ràng buộc:

- 30% số test ứng với 30% số điểm có $N, Q \leq 10^2$;
- 40% số test ứng với 40% số điểm có $N, Q \leq 5000$;
- 30% số test còn lại ứng với 30% số điểm có không giới hạn gì thêm.