

**Tổng quan về đề thi**

Bài	Tên file bài làm	Tên file dữ liệu	Tên file kết quả	Giới hạn mỗi test	Điểm
1	COUNTSEQ.CPP	COUNTSEQ.INP	COUNTSEQ.OUT	1 giây - 1024MB	100
2	HACKATHON.CPP	HACKATHON.INP	HACKATHON.OUT	1 giây - 1024MB	100
3	POSTCARD.CPP	POSTCARD.INP	POSTCARD.OUT	1 giây - 1024MB	100
3	NEWCITIES.CPP	NEWCITIES.INP	NEWCITIES.OUT	1 giây - 1024MB	100

Cấu hình dịch (G++ 8.2, 32bit): -std=c++14 -O2 -s -static -Wl,--stack,66060288 -lm -x c++

Đề thi có 4 trang.

**Hãy lập chương trình giải các bài toán sau đây**

**Bài 1. PHÂN TÍCH SỐ**

Cho một số nguyên dương  $S$ , xét tập tất cả các dãy số nguyên dương có tổng bằng  $S$ , hỏi trong tập này có bao nhiêu dãy mà ước số chung lớn nhất của tất cả các phần tử trong dãy bằng 1.

Ví dụ với  $S = 4$ , ta có 6 dãy:

1. (1,1,1,1)
2. (1,1,2)
3. (1,2,1)
4. (1,1,2)
5. (1,3)
6. (3,1)

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản COUNTSEQ.INP

- ✿ Dòng 1 chứa số nguyên dương  $t \leq 100$  là số test
- ✿  $t$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa một số nguyên dương  $s \leq 10^9$  ứng với một test

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản COUNTSEQ.OUT

Ứng với mỗi test, ghi ra một số nguyên duy nhất trên một dòng là **số dư của kết quả tìm được khi chia cho  $10^9 + 7$**

**Ví dụ**

COUNTSEQ.INP	COUNTSEQ.OUT
2	1
1	6
4	

Bộ test chia làm 3 subtasks:

Subtask 1 (30% số điểm):  $S \leq 20$

Subtask 2 (30% số điểm):  $S \leq 10^6$

Subtask 3 (40% số điểm): Không có ràng buộc bổ sung

## Bài 2. HACKATHON

SuperCoders là đội gồm 3 thành viên: Khương, Thanh và Thành dự cuộc thi Hackathon của trường mầm non SuperKids. Theo thể thức của cuộc thi, mỗi đội chỉ được giao duy nhất một máy tính để làm  $k$  bài thi đánh số từ 1 tới  $k$ . Thời gian làm bài không hạn chế, nhưng phải làm xong hết  $k$  bài mới được xếp hạng. Đội nào xong càng sớm sẽ có thứ hạng càng cao.

Với luật thi như vậy, việc phân phối công việc kết hợp với nghỉ ngơi là điều hết sức quan trọng. Sau khi hội ý, các thành viên quyết định rằng mỗi bài sẽ chỉ giao cho một trong ba người làm và các bài sẽ được giải quyết một cách tuần tự trên máy tính duy nhất của đội:

- ✿ Khương sẽ làm đúng  $m$  bài, nếu Khương làm bài thứ  $i$  sẽ mất  $a_i$  giây
- ✿ Thanh sẽ làm đúng  $n$  bài, nếu Thanh làm bài thứ  $i$  sẽ mất  $b_i$  giây
- ✿ Thành sẽ làm đúng  $p$  bài, nếu Thành làm bài thứ  $i$  sẽ mất  $c_i$  giây

Ở đây  $m + n + p = k$

**Yêu cầu:** Hãy giúp đội SuperCoders tìm ra cách phân công để mỗi người làm đúng số bài đã định sao cho tổng thời gian làm cả  $k$  bài là ít nhất.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản HACKATHON.INP

- ✿ Dòng 1 chứa ba số nguyên dương  $m, n, p \leq 10^5$
- ✿  $m + n + p$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa ba số nguyên dương  $a_i, b_i, c_i \leq 10^6$

Các số trên cùng một dòng của input được ghi cách nhau bởi dấu cách

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản HACKATHON.OUT một số nguyên duy nhất là tổng thời gian làm tất cả các bài theo phương án phân công tối ưu tìm được.

**Ví dụ**

HACKTHON.INP	HACKTHON.OUT
2 3 4	
1 3 8	
1 4 5	
1 5 6	
9 3 4	
9 4 5	
9 5 6	
6 6 6	
6 6 6	
6 6 6	

Bộ test chia làm 3 subtasks:

Subtask 1 (25% số điểm):  $k \leq 20$

Subtask 2 (25% số điểm):  $k \leq 2000$

Subtask 3 (50% số điểm): Không có ràng buộc bổ sung

## Bài 3. VƯỜN HOA

Giáo sư X có một khu vườn hình chữ nhật kích thước  $m \times n$  được chia làm lưới ô vuông đơn vị, các hàng ô của lưới được đánh số từ 1 tới  $m$  từ trên xuống dưới và các cột ô của lưới được đánh số từ 1 tới  $n$  từ trái qua phải. Ô nằm trên giao của hàng  $i$  và cột  $j$  được gọi là ô  $(i, j)$  và trên ô đó có một loại hoa mang số hiệu là  $a_{ij}$

Giáo sư X muốn chụp một bức ảnh của vườn hoa làm bưu thiếp gửi cho bạn bè, tuy nhiên máy ảnh của ông chỉ có thể chụp được một vùng hình vuông của khu vườn chứa trọn một số ô của lưới. Ngoài ra, ông muốn gửi kèm cả lời giới thiệu về từng loài hoa trong ảnh nên do giới hạn kích thước bưu thiếp, ông muốn bức ảnh chỉ có sự xuất hiện của không quá  $k$  loài hoa khác nhau.

**Yêu cầu:** Hãy giúp giáo sư X xác định vùng chụp ảnh có độ dài cạnh lớn nhất thỏa mãn yêu cầu trên.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản POSTCARD.INP

- ✿ Dòng 1 chứa 3 số nguyên dương  $m, n, k$  ( $m, n \leq 500; k \leq m \times n$ )
- ✿  $m$  dòng tiếp theo, dòng thứ  $i$  chứa  $n$  số nguyên, số thứ  $j$  là  $a_{ij}$  ( $1 \leq a_{ij} \leq m \times n$ )

Các số trên một dòng của input được ghi cách nhau bởi dấu cách

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản POSTCARD.OUT một số nguyên duy nhất là độ dài cạnh của hình vuông ứng với vùng chụp ảnh xác định được.

**Ví dụ**

POSTCARD.INP	POSTCARD.OUT
5 7 3 6 5 7 3 6 6 7 5 7 5 5 7 3 7 3 3 5 3 5 6 7 7 7 5 5 5 6 7 7 7 6 5 6 3 5	3

Bộ test chia làm 3 subtasks:

Subtask 1 (10% số điểm):  $m, n \leq 30$

Subtask 2 (40% số điểm):  $m, n \leq 150$

Subtask 3 (30% số điểm):  $m, n \leq 300$

Subtask 4 (20% số điểm): Không có ràng buộc bổ sung

## Bài 4. CÔNG NGHIỆP HÓA

Bản đồ của vương quốc X gồm  $n$  thành phố đánh số từ 0 tới  $n - 1$  và  $n - 1$  con đường hai chiều nối giữa các thành phố, hệ thống giao thông đảm bảo từ một thành phố bất kỳ có thể đi đến mọi thành phố khác bằng các con đường đã cho. Thành phố 0 là kinh đô của vương quốc.

Đức vua của vương quốc X lên kế hoạch hiện đại hóa một số thành phố, để hiện đại hóa thành phố thứ  $i$ , cần phải chi một khoản tiền là  $\alpha_i$  từ ngân sách.

Hiện tại, đức vua đang có trong tay  $q$  bản kế hoạch, mỗi bản kế hoạch được cho bởi hai số nguyên  $u, k$  cho biết đức vua muốn hiện đại hóa một số thành phố thỏa mãn các điều kiện:

- ✿ Nếu  $S$  là tập các thành phố được hiện đại hóa thì các thành phố trong  $S$  phải liên thông, tức là có thể đi từ một thành phố thuộc  $S$  tới mọi thành phố khác thuộc  $S$  bằng các con đường có sẵn mà không cần đi qua bất kỳ thành phố nào không thuộc  $S$
- ✿ Thành phố  $u$  phải thuộc  $S$  và là thành phố “gần” kinh đô nhất trong số tất cả các thành phố thuộc  $S$  nếu đi theo các con đường của vương quốc.
- ✿ Tổng kinh phí hiện đại hóa các thành phố thuộc  $S$  không được vượt quá  $k$

Nhà vua đưa cho nhà kiến trúc sư các bản kế hoạch, với mỗi bản kế hoạch, nhà kiến trúc sư băn khoăn liệu có bao nhiêu phương án chọn tập thành phố  $S$  thỏa mãn yêu cầu của bản kế hoạch. Bạn hãy giúp nhà kiến trúc sư trả lời câu hỏi này nhé.

**Dữ liệu:** Vào từ file văn bản NEWCITIES.INP

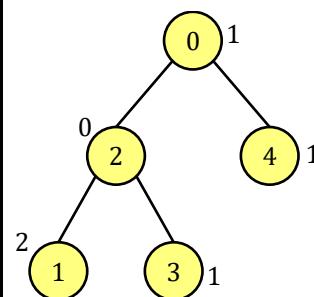
- ✿ Dòng 1 chứa hai số nguyên dương  $n \leq 4000, q \leq 10^5$
- ✿  $n - 1$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa số hiệu hai thành phố là hai đầu của một con đường
- ✿ Dòng tiếp theo chứa  $n$  số nguyên  $a_0, a_1, \dots, a_{n-1}$  ( $\forall i: 0 \leq a_i \leq 4000$ )
- ✿  $q$  dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên  $u, k$  ứng với một bản kế hoạch ( $0 \leq u < n; a_u \leq k \leq 4000$ )

**Kết quả:** Ghi ra file văn bản NEWCITIES.OUT

Ứng với mỗi bản kế hoạch, đưa ra số phương án lựa chọn tập thành phố  $S$ , vì kết quả có thể rất lớn, chỉ cần đưa ra số dư của kết quả khi chia cho  $10^9 + 7$

**Ví dụ**

NEWCITIES.INP	NEWCITIES.OUT
5 3	10
1 2	7
0 2	3
2 3	
0 4	
1 2 0 1 1	
0 4	
0 3	
2 2	



Bộ test chia làm 4 subtasks:

Subtask 1: (20% số điểm)  $n \leq 15, q = 1$

Subtask 2: (25% số điểm)  $n \leq 400; k \leq 400$

Subtask 3: (30% số điểm)  $u$  bằng nhau với mọi truy vấn.

Subtask 4: (25% số điểm) Không có ràng buộc bổ sung