

ĐỀ ÔN TẬP SỐ 03

Môn thi: TIN HỌC

Ngày thi: 30/9/2026

Thời gian làm bài: **180 phút**, không kể thời gian phát đề

(Đề thi này có 05 trang)

TỔNG QUAN ĐỀ THI

	Tiêu đề	File nộp	File dữ liệu	File kết quả	Thời gian	Bộ nhớ
Bài 1	Giao hàng	DELIVERY.*	DELIVERY.INP	DELIVERY.OUT	1 giây	1024 MB
Bài 2	Phát sóng	WIFI.*	WIFI.INP	WIFI.OUT	1 giây	1024 MB
Bài 3	Khu bảo tồn	RESERVE.*	RESERVE.INP	RESERVE.OUT	1 giây	1024 MB
Bài 4	Mạng truyền tin	NETWORK.*	NETWORK.INP	NETWORK.OUT	1 giây	1024 MB

- Dấu * được thay thế bởi PAS hoặc CPP hoặc PY tương ứng với ngôn ngữ lập trình Pascal hoặc C++ hoặc Python.
- Mỗi bài bao gồm nhiều subtask, mỗi subtask bao gồm nhiều test đơn, điểm của thí sinh được tính theo từng test đơn.
- Thí sinh không được phép sử dụng các định hướng biên dịch chương trình có các từ khoá sau: **pragma, optimize, target, O3, Ofast, unroll-loops, avx, avx2, fma, omit-frame-pointer**.
- Bài của thí sinh sẽ được chấm điểm trên máy chấm có CPU tương đương với Intel Core i5-7200U 2.50GHz. Thí sinh sử dụng thông tin máy chấm để tham khảo và đánh giá thời gian chạy đáp ứng yêu cầu đề bài.

Hãy lập trình giải các bài toán sau:

Bài 1. Giao hàng (6,0 điểm)

Đội tình nguyện viên Đoàn thanh niên trường THPT Chuyên Hạ Long tham gia vận chuyển nhu yếu phẩm ủng hộ đồng bào. Trụ sở tập kết hàng nằm ở gốc tọa độ 0 trên một con đường thẳng. Có N địa điểm cần nhận hàng, địa điểm thứ i nằm ở tọa độ x_i ($x_i > 0$). Mỗi địa điểm cần giao đúng 1 gói hàng (nếu một vị trí cần nhận nhiều gói, tọa độ đó sẽ xuất hiện nhiều lần).

Đội sử dụng một chiếc xe bán tải có thể chở tối đa K gói hàng trong một chuyến. Xe xuất phát từ trụ sở 0, đi giao hàng tại các điểm được chỉ định, sau đó bắt buộc phải quay trở về trụ sở 0 để lấy hàng cho chuyến tiếp theo (chuyến cuối cùng sau khi giao xong cũng phải quay về 0).

Yêu cầu: Hãy tính tổng quãng đường di chuyển ít nhất của xe bán tải để giao toàn bộ N gói hàng và quay về điểm xuất phát.

Dữ liệu

Vào từ file văn bản DELIVERY.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương N và K ($1 \leq K \leq N \leq 2 \cdot 10^5$).
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên dương $x_1, x_2, \dots, x_N$ ($1 \leq x_i \leq 10^9$) là tọa độ của các địa điểm cần giao hàng.

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra file văn bản DELIVERY.OUT:

- Một số nguyên duy nhất là tổng quãng đường di chuyển ít nhất để hoàn thành công việc.

Ví dụ

DELIVERY . INP	DELIVERY . OUT	Giải thích
5 2 2 4 7 1 5	24	Đội tình nguyện viên cần giao 5 gói hàng với xe chở tối đa 2 gói mỗi chuyến. Phương án tối ưu: - Chuyến 1: Mang 2 gói giao tại 7 và 5 (quãng đường: $0 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 0$, tốn 14). - Chuyến 2: Mang 2 gói giao tại 4 và 2 (quãng đường: $0 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 0$, tốn 8). - Chuyến 3: Mang 1 gói giao tại 1 (quãng đường: $0 \rightarrow 1 \rightarrow 0$, tốn 2). Tổng quãng đường: $14 + 8 + 2 = 24$.

Chấm điểm

Subtask 1 (30% số điểm): $N \leq 1000$; $K = 1$.

Subtask 2 (30% số điểm): $N \leq 1000$; $1 < K \leq N$.

Subtask 3 (40% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Bài 2. Lắp đặt WiFi (6,0 điểm)

Trường THPT Chuyên Hạ Long đang nâng cấp hệ thống mạng không dây cho khu nhà hiệu bộ. Dọc theo một hành lang dài có N vị trí có thể lắp đặt điểm phát sóng (Access Point), vị trí thứ i nằm ở tọa độ x_i trên trục tọa độ.

Nhà trường được tài trợ K bộ phát WiFi chất lượng cao. Để đảm bảo sóng phủ đều khắp hành lang và giảm thiểu tối đa hiện tượng nhiễu tín hiệu khi các bộ phát đặt quá gần nhau, đội kỹ thuật cần chọn ra đúng K vị trí trong số N vị trí đã cho để lắp đặt, sao cho khoảng cách gần nhất giữa hai bộ phát WiFi bất kỳ là lớn nhất có thể.

Yêu cầu: Hãy tìm khoảng cách gần nhất lớn nhất có thể đạt được khi bố trí K bộ phát WiFi.

Dữ liệu

Vào từ file văn bản WIFI . INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương N và K ($2 \leq K \leq N \leq 10^5$).
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên không âm $x_1, x_2, \dots, x_N$ ($0 \leq x_i \leq 10^9$) là tọa độ của các vị trí có thể lắp đặt.

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra file văn bản WIFI . OUT:

- Một số nguyên duy nhất là khoảng cách gần nhất lớn nhất tìm được.

Ví dụ

WIFI.INP	WIFI.OUT	Giải thích
5 3 1 2 8 4 9	3	Sắp xếp lại các vị trí: 1, 2, 4, 8, 9. Cách bố trí tối ưu là đặt 3 bộ phát tại các tọa độ: 1, 4 và 8. - Khoảng cách giữa 1 và 4 là 3. - Khoảng cách giữa 4 và 8 là 4. Khoảng cách gần nhất trong cách đặt này là 3. (Nếu chọn đặt ở 1, 4, 9 thì khoảng cách gần nhất cũng là 3). Không có cách đặt nào có khoảng cách gần nhất lớn hơn 3.

Chấm điểm

- **Subtask 1** (30% số điểm): $N \leq 20$.
- **Subtask 2** (30% số điểm): $N \leq 1000$ và $x_i \leq 10^5$.
- **Subtask 3** (40% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Bài 3. Khu bảo tồn (5,0 điểm)

Một dự án bảo tồn các loài thực vật quý hiếm đang được triển khai tại một khu rừng sinh thái. Qua khảo sát, ban quản lý dự án đã lập bản đồ và xác định được vị trí của N cây quý hiếm. Trên mặt phẳng tọa độ, cây thứ i được biểu diễn bởi một điểm có tọa độ nguyên (x_i, y_i) .

Để bảo vệ các cây này khỏi sự phá hoại, người ta cần xây dựng một hàng rào bao quanh. Hàng rào này phải tạo thành một đa giác lồi có diện tích nhỏ nhất sao cho chứa toàn bộ N cây bên trong (một cây có thể nằm bên trong, nằm trên cạnh hoặc tại đỉnh của đa giác hàng rào).

Yêu cầu: Hãy tính diện tích của khu vực đa giác lồi được rào lại. Để tránh sai số của số thực, hãy in ra giá trị $2 \times S$, trong đó S là diện tích đa giác lồi nhỏ nhất. (Có thể chứng minh được $2 \times S$ luôn là một số nguyên).

Dữ liệu

Vào từ file văn bản RESERVE.INP:

- Dòng đầu tiên chứa số nguyên dương N ($3 \leq N \leq 10^6$) là số lượng cây quý hiếm.
- Trong N dòng tiếp theo, dòng thứ i chứa hai số nguyên x_i và y_i ($-10^9 \leq x_i, y_i \leq 10^9$) là tọa độ của cây thứ i . Dữ liệu đảm bảo có ít nhất 3 điểm không thẳng hàng.

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra file văn bản RESERVE.OUT:

- Một số nguyên duy nhất là giá trị $2 \times S$.

Ví dụ

RESERVE . INP	RESERVE . OUT	Giải thích
5 0 0 2 0 2 2 0 2 1 1	8	Đa giác lồi nhỏ nhất bao quanh cả 5 điểm là hình vuông có 4 đỉnh $(0,0)$, $(2,0)$, $(2,2)$ và $(0,2)$. Cây ở vị trí $(1,1)$ nằm hoàn toàn bên trong hàng rào. Diện tích hình vuông là $S = 4$. Giá trị cần in ra là $2 \times 4 = 8$.
4 0 0 3 0 0 4 1 1	12	Đa giác lồi nhỏ nhất là tam giác có 3 đỉnh $(0,0)$, $(3,0)$ và $(0,4)$. Cây ở $(1,1)$ nằm bên trong. Diện tích tam giác $S = \frac{3 \times 4}{2} = 6$. Giá trị cần in ra là $2 \times 6 = 12$.

Chấm điểm

- **Subtask 1** (20% số điểm): $N \leq 50$; $-1000 \leq x_i, y_i \leq 1000$.
- **Subtask 2** (20% số điểm): $N \leq 2000$; $-10^6 \leq x_i, y_i \leq 10^6$.
- **Subtask 3** (30% số điểm): $N \leq 10^5$; $-10^6 \leq x_i, y_i \leq 10^6$.
- **Subtask 4** (30% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

Bài 4. Mạng truyền tin (3,0 điểm)

Hệ thống mạng lưới viễn thông của một khu vực gồm N trạm phát sóng và M đường truyền tín hiệu một chiều. Mỗi trạm phát sóng thứ i có một mức độ quan trọng được biểu diễn bằng số nguyên a_i .

Do đặc thù đường truyền là một chiều, thông tin chỉ có thể lan truyền theo chiều của các cạnh. Để đánh giá hiệu suất của mạng lưới, ban quản lý muốn tìm ra một hành trình truyền tin sao cho tổng mức độ quan trọng của các trạm đi qua là lớn nhất có thể.

Một hành trình truyền tin là một đường đi trên mạng lưới (có thể đi qua một trạm nhiều lần). Tổng mức độ quan trọng của hành trình được tính bằng tổng giá trị a_i của các trạm **phân biệt** xuất hiện trong hành trình đó (nghĩa là mỗi trạm dù được đi qua nhiều lần thì mức độ quan trọng của nó chỉ được cộng đúng một lần).

Do có thể có nhiều hành trình đạt cùng mức tổng trọng số lớn nhất, cơ quan quản lý cũng muốn biết có bao nhiêu hành trình phân biệt đạt được giá trị tối đa đó. Vì kết quả có thể rất lớn, hãy in phần dư của số lượng hành trình cho $10^9 + 7$.

(Lưu ý: Để đếm số lượng hành trình, ta coi một nhóm các trạm có thể truyền tin qua lại lẫn nhau là một cụm thống nhất. Một hành trình được xác định bởi dãy các cụm trạm mà nó lần lượt đi qua. Hai hành trình được coi là phân biệt nếu dãy các cụm trạm tương ứng của chúng là khác nhau).

Yêu cầu: Tính tổng trọng số lớn nhất của một hành trình và số lượng hành trình phân biệt đạt giá trị lớn nhất đó (chia dư cho $10^9 + 7$).

Dữ liệu

Vào từ file văn bản NETWORK.INP:

- Dòng đầu tiên chứa hai số nguyên dương N và M ($1 \leq N \leq 3 \cdot 10^5$; $1 \leq M \leq 5 \cdot 10^5$) lần lượt là số lượng trạm và số lượng đường truyền.
- Dòng thứ hai chứa N số nguyên $a_1, a_2, \dots, a_N$ ($-10^9 \leq a_i \leq 10^9$) là mức độ quan trọng của các trạm.
- Trong M dòng tiếp theo, mỗi dòng chứa hai số nguyên u và v ($1 \leq u, v \leq N$; $u \neq v$) mô tả một đường truyền một chiều từ trạm u đến trạm v . (Giữa hai trạm có thể có nhiều đường truyền cùng chiều).

Các số trên cùng một dòng cách nhau bởi dấu cách.

Kết quả

Ghi ra file văn bản NETWORK.OUT:

- Dòng đầu tiên ghi một số nguyên là tổng trọng số lớn nhất của hành trình.
- Dòng thứ hai ghi số lượng hành trình phân biệt đạt giá trị lớn nhất đó, lấy dư theo mô-đun $10^9 + 7$.

Ví dụ

NETWORK.INP		NETWORK.OUT
4 4		8
2 5 -3 4		1
1 2		
2 1		
2 3		
3 4		

Giải thích

Phân tích hành trình:

Mạng lưới có 4 trạm với mức độ quan trọng lần lượt là: Trạm 1 (2), Trạm 2 (5), Trạm 3 (-3), Trạm 4 (4).

- Cụm trạm qua lại lẫn nhau: Vì có đường truyền từ $1 \rightarrow 2$ và ngược lại $2 \rightarrow 1$, một hành trình tối ưu khi đã đặt chân vào khu vực này có thể ghé thăm cả hai trạm 1 và 2 để gom trọn mức độ quan trọng của cặp này (tổng trọng số là $2 + 5 = 7$).

- Tiếp tục hành trình: Từ cụm (1, 2) ta đi qua đường truyền $2 \rightarrow 3$ sang trạm 3 (cộng thêm -3), rồi từ trạm 3 qua đường truyền $3 \rightarrow 4$ đi tiếp sang trạm 4 (cộng thêm 4).

- Tổng kết: Hành trình đi qua tập hợp các trạm $\{1, 2, 3, 4\}$ cho ra tổng mức độ quan trọng lớn nhất là: $2 + 5 + (-3) + 4 = 8$.

Chỉ có duy nhất 1 hành trình (dãy các cụm) đạt được tổng giá trị lớn nhất này.

Chấm điểm

- **Subtask 1** (20% số điểm): $N, M \leq 50$.
- **Subtask 2** (20% số điểm): $N, M \leq 2000$; dữ liệu đảm bảo đồ thị ban đầu không có chu trình (không có đường đi nào xuất phát từ một trạm và quay trở lại chính nó).
- **Subtask 3** (30% số điểm): $N, M \leq 10^5$; tất cả các trọng số $a_i = 1$.
- **Subtask 4** (30% số điểm): Không có ràng buộc gì thêm.

----- HẾT -----